

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ  
Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

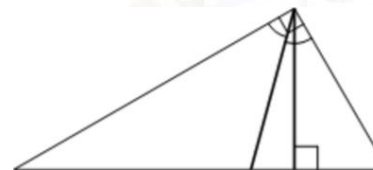
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $14^\circ$ . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Даны векторы  $\vec{a} (3; -1)$ ,  $\vec{b} (2; 0)$  и  $\vec{c} (4; c_0)$ . Найдите  $c_0$ , если  $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Радиусы двух шаров равны 9 и 12. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**5** Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 8».

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Найдите корень уравнения

$$49^{x-2} = \frac{1}{7}$$

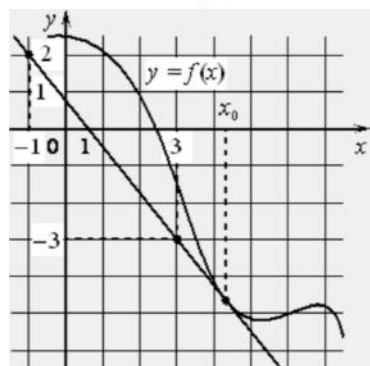
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[15]{5} \cdot 5 \cdot \sqrt[10]{5}}{\sqrt[6]{5}}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

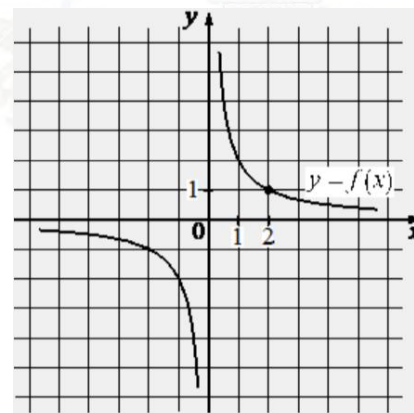
**9** Наблюдатель находится на высоте  $h$ , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 64 километра? Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 22 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 20 км/ч больше скорости другого?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение  $f(10)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



- 12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{x^2 + 441}{x} \text{ на отрезке } [2; 32].$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

### Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 13 а) Решите уравнение

$$2\log_9^2 x - 3\log_9 x + 1 = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\sqrt{10}; \sqrt{99}]$ .

- 14 В треугольной пирамиде  $SABC$  известны боковые рёбра:  $SA = SB = 7$ ,  $SC = 5$ . Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы  $CM$  треугольника  $ABC$ . Эта высота равна 4.

- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.  
б) Найдите объём пирамиды  $SABC$ .

- 15 Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 5^{2x} - 3 \cdot 5^x \cdot 2^{x+1} + 4^{x+1}}{10^x - 2^{2x}} \leq 1.$$

- 16 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составила общая сумма выплат после погашения кредита?

- 17 Две окружности касаются внутренним образом в точке  $A$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда  $BC$  большей окружности касается меньшей в точке  $P$ . Хорды  $AB$  и  $AC$  пересекают меньшую окружность в точках  $K$  и  $M$  соответственно.

- а) Докажите, что прямые  $KM$  и  $BC$  параллельны.  
б) Пусть  $L$  – точка пересечения отрезков  $KM$  и  $AP$ . Найдите  $AL$ , если радиус большей окружности равен 26, а  $BC = 48$ .

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{15x^2 + 6ax + 9} = x^2 + ax + 3$$

имеет ровно три различных корня.

- 19 На доске написано несколько (более одного) различных натуральных чисел, причём любые два из них отличаются не более чем в три раза.

- а) Может ли на доске быть 5 чисел, сумма которых равна 47?  
б) Может ли на доске быть 10 чисел, сумма которых равна 94?  
в) Сколько может быть чисел на доске, если их произведение равно 8000?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**



**О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»**

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100баллов» <https://vk.com/ege100ballov> | <https://t.me/egeoge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

**Нашли ошибку в варианте?**

**Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!**

Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-10175642\\_50324613](https://vk.com/topic-10175642_50324613)  
(также доступны другие варианты для скачивания)




















ЕГЭ 100 БАЛЛОВ  
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ  
VK.COM/EGE100BALLOV

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:	
<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	12 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал <a href="#">100 баллов</a> на ЕГЭ по математике (профиль) Подготовил более 300 человек на 90 – 100 баллов Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>Аккаунт и группа ВК:</b>	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a> <a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб и инстаграм:</b>	<a href="https://www.youtube.com/c/pifagor1">https://www.youtube.com/c/pifagor1</a> <a href="https://www.instagram.com/shkola_pifagora/">https://www.instagram.com/shkola_pifagora/</a>



### Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	31	
2	4	
3	15	
4	0,6	
5	0,12	
6	1,5	
7	5	
8	-1,25	
9	320	
10	33	
11	0,2	
12	42	
13	а) 3; 9 б) 9	
14	$16\sqrt{6}$	
15	$(-\infty; 0) \cup (0; 1]$	
16	8,6	
17	$2\sqrt{26}$	
18	$[-4; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; 4]$	
19	а) да б) нет в) 2 или 3	

### Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

[vk.com/ege100ballov](https://vk.com/ege100ballov)



13 а) Решите уравнение

$$2\log_9 x - 3\log_9 x + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\sqrt{10}; \sqrt{99}]$ .

а) Пусть  $\log_9 x = t$   
 $2t^2 - 3t + 1 = 0$   
 $D = 9 - 8 = 1$   
 $t = \frac{3 \pm 1}{4}$   
 $t = 1$        $t = \frac{1}{2}$   
 $\log_9 x = 1$        $\log_9 x = \frac{1}{2}$   
 $x = 9$        $x = 3$   
 Ответ: а) 9, 3

б)  $3 = \sqrt{9}$   
 $9 = \sqrt{81}$

Помечаем  
 $3 \notin [\sqrt{10}; \sqrt{99}]$   
 $9 \in [\sqrt{10}; \sqrt{99}]$

**ИСТОЧНИКИ**

Основные волны 2016  
 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА  
 Если  $\log_a b = c$ , то  $a^c = b$

13.14 Треугольная пирамида (13.14-13.17)

В треугольной пирамиде  $SABC$  известны боковые ребра:  $SA = SB = 7, SC = 5$ . Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы  $SM$  треугольника  $ABC$ . Эта высота равна 4.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.  
 б) Найдите объем пирамиды  $SABC$ .

а) 1 способ

①  $AB \perp SM$  (т.к.  $SM \perp$  осн)  
 $AB \perp SM$  (т.к.  $SM$  - высота  $\triangle SAB$ )  
 $AB \perp SM$   
 $AB \perp MH$   
 $\Rightarrow SM$  - медиана и высота  $\triangle ABC$   
 $\Rightarrow \triangle ABC$  -  $p/s$

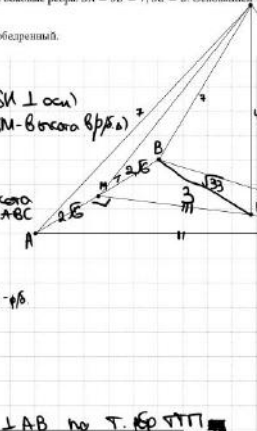
2 способ

①  $SM$  - высота  $\triangle SAB$  -  $p/s$  и медиана

②  $\triangle SMK$ :

$SM$  - медиана  $\triangle ABC$   
 $MH$  - медиана  $\triangle ABC$   
 $SM \perp AB \Rightarrow MH \perp AB$  по Т.Кр.ПТТ

ОТВЕТ: 1616



б) ①  $\triangle SMC$ :

$$SM = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$$

②  $\triangle SBH$ :

$$BH = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}$$

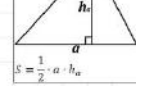
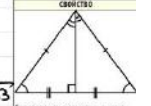
③  $\triangle MBH$ :

$$BM = \sqrt{33 - 9} = 2\sqrt{6} = AM$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4 = 1616$$

**Источники:**

Стереометрия. 11 класс. 2017  
 ТРИГОНОМЕТРИЯ В ТРЕУГОЛЬНИКАХ



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



15 Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 5^{2x} - 3 \cdot 5^x \cdot 2^{x+1} + 4^{x+1}}{10^x - 2^{2x}} \leq 1.$$

$$\frac{2 \cdot 25^x - 6 \cdot 10^x + 4 \cdot 4^x}{10^x - 4^x} - \frac{1}{1} \leq 0$$

$$\frac{2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x + 5 \cdot 4^x}{10^x - 4^x} \leq 0$$

$$\frac{2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{2x} - 7 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x + 5}{\left(\frac{5}{2}\right)^x - 1} \leq 0$$

Аргумент  $\left(\frac{5}{2}\right)^x = t$

$$\frac{2t^2 - 7t + 5}{t - 1} \leq 0$$



$$\begin{cases} t < 1 \\ 1 < t \leq 2,5 \end{cases}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^x < \frac{5}{2}$$

$$x < 0$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^x \leq \left(\frac{5}{2}\right)^1$$

$$0 < x \leq 1$$

Ответ:  $(-\infty; 0) \cup (0; 1]$

ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2018	
СТЕПЕНИ	
1	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2	$a^m : a^n = a^{m-n}$
3	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
4	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
5	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
6	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
7	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
8	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$

16

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июлю каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составила общая сумма выплат после погашения кредита?

Аргумент  $1,16 = \frac{116}{100} = \frac{29}{25}$

Дано:  $5$  млн

Сумма долга

1 млн  $\frac{29}{25} = 29$  млн

2 млн  $\frac{29}{25} = 35$  млн  $\Rightarrow$  **Взноса**  $\frac{57}{40}$

3 млн  $\frac{29}{25} = 38$  млн  $\Rightarrow$  **Взноса**  $\frac{53}{40}$

4 млн  $\frac{29}{25} = 41$  млн  $\Rightarrow$  **Взноса**  $\frac{49}{40}$

5 млн  $\frac{29}{25} = 44$  млн  $\Rightarrow$  **Взноса**  $\frac{29}{40}$

6 млн  $\frac{29}{25} = 47$  млн

7 млн  $\frac{29}{25} = 50$  млн

8 млн  $\frac{29}{25} = 53$  млн

Взноса ариф. прогр. ряд

Восп.  $P$ -логи

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

О.С.В. =  $\frac{57}{40} + \frac{29}{40} \cdot 8 = 8,6$  млн

Ответ: 8,6.

ИСТОЧНИКИ

Сентябрь 2015
Основная волна 2015
СтатГрад 29.04.2021

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



**17** Две окружности касаются внутренним образом в точке  $A$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорды  $BC$  большей окружности касается меньшей в точке  $P$ . Хорды  $AB$  и  $AC$  пересекают меньшую окружность в точках  $K$  и  $M$  соответственно.  
 а) Докажите, что прямые  $KM$  и  $BC$  параллельны.  
 б) Пусть  $L$  – точка пересечения отрезков  $KM$  и  $AP$ . Найдите  $AL$ , если радиус большей окружности равен  $26$ , а  $BC = 48$ .

**ИСТОЧНИКИ**  
 ГПР (старый банк)  
 ГПР (новый банк)  
 Досрочная волна 2023  
 Янв. 2020 (16 вер)  
 Янв. 2019 (16 вер)  
 Янв. 2018  
 Основная волна 2015

а) ①  $\triangle AOB$  – р/б.  
 $OQ$  – высота  
 (т.к.  $\angle OQA$  отпр. на дугу)  
 $\Rightarrow OQ \perp BC$   
 $\Rightarrow K$  – середина  $AB$

②  $\triangle AOC$  – р/б.  
 $OM$  – высота  
 (т.к.  $\angle OMA$  отпр. на дугу.)  
 $\Rightarrow OM \perp BC$   
 $\Rightarrow M$  – середина  $AC$   
 $KM$  – ср. линия  $\triangle ABC$   
 $KM \parallel BC$  ■

б)  $\delta$  ①

Рассмотрим  $\triangle OPA$  – т.к.н.  
 $AP = \sqrt{676 - 260} = \sqrt{416} = 4\sqrt{26}$   
 $AL = 2\sqrt{26}$   
 Ответ:  $2\sqrt{26}$ .

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$	3
Получен обоснованный ответ в пункте $b$ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , ИЛИ при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ	1

обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	3

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  
 $\sqrt{15x^2 + 6ax + 9} = x^2 + ax + 3$   
 имеет ровно три различных корня.

**ИСТОЧНИКИ**  
 ГПР (старый банк)  
 ГПР (новый банк)  
 Основная волна (Рязань) 2022  
 Основная волна 2016

①  $x^2 + ax + 3 \geq 0$   
 ②  $15x^2 + 6ax + 9 = (x^2 + ax + 3)^2$

Решим уравнение ②  
 $15x^2 + 6ax + 9 = x^4 + 2x^2(ax + 3) + (ax + 3)^2$   
 $15x^2 + 6ax + 9 = x^4 + 2ax^3 + 6x^2 + a^2x^2 + 6ax + 9$   
 $x^4 + 2ax^3 + a^2x^2 - 9x^2 = 0$   
 $x^2(x^2 + 2ax + a^2 - 9) = 0$   
 $x^2((x+a)^2 - 3^2) = 0$   
 $x^2(x+a-3)(x+a+3) = 0$   
 $x=0 \quad x=3-a \quad x=-3-a$

Чтобы корни были различны, нужно  
 $\begin{cases} 3-a \neq 0 \\ -3-a \neq 0 \\ 3-a \neq -3-a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq 3 \\ a \neq -3 \end{cases}$

Найдём при каких  $a$  корни удов. кор-ю ①  
 $0^2 + a \cdot 0 + 3 \geq 0$  (всегда)  
 $(3-a)^2 + a(3-a) + 3 \geq 0$   
 $9 - 6a + a^2 + 3a - a^2 + 3 \geq 0$   
 $12 - 3a \geq 0$   
 $a \leq 4$

$(-3-a)^2 + a(-3-a) + 3 \geq 0$   
 $9 + 6a + a^2 - 3a - a^2 + 3 \geq 0$   
 $12 + 3a \geq 0$   
 $a \geq -4$

Ответ:  $[-4; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; 4]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3





С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

**19** На доске написано несколько (более одного) различных натуральных чисел, причём любые два из них отличаются не более чем в три раза. **ИСТОЧНИКИ**  
Двадцатилетие России (Росарх) 2017

а) Может ли на доске быть 5 чисел, сумма которых равна 47?  
 б) Может ли на доске быть 10 чисел, сумма которых равна 94?  
 в) Сколько может быть чисел на доске, если их произведение равно 8000?

а) Ответ: да, например 7, 8, 9, 10, 13

б) Пусть  $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7 < a_8 < a_9 < a_{10}$

②  $\frac{a_{10}}{a_1} \leq 3 \mid a_1$   
 $a_{10} \leq 3a_1$

③  $a_{10} - a_1 \geq 9$   
 $a_{10} \geq a_1 + 9$   
 $a_1 + 9 \leq a_{10} \leq 3a_1$   
 $2a_1 \geq 9$   
 $a_1 \geq 4,5$   
 $a_1 \geq 5$   
 Тогда  $S \geq \frac{5+14}{2} \cdot 10$   
 $S \geq 95 \Rightarrow S \neq 94$   
 Ответ: б) нет

**19** На доске написано несколько (более одного) различных натуральных чисел, причём любые два из них отличаются не более чем в три раза.

а) Может ли на доске быть 5 чисел, сумма которых равна 47?  
 б) Может ли на доске быть 10 чисел, сумма которых равна 94?  
 в) Сколько может быть чисел на доске, если их произведение равно 8000?

в) а) Разложим 8000 на простые множители:  
 $8000 = 2^6 \cdot 5^3$

8000	2
4000	2
2000	2
1000	2
500	2
250	2
125	5
25	5
5	5

② Может ли быть 2 числа?  
 Да,  $64 \cdot 125 = 8000$

③ Может ли быть 3 числа?  
 16, 20, 25  
 Да,

④ Может ли быть 4 числа?  
 Если есть число, кратное 25  
 $25 \dots 5 \dots \dots$   
 Есть число, кратное 25  
 Тогда все три оставшихся числа д.б.  $\geq 8$  но тогда итаковое ч-ное будет больше 8000, что противоречит усл.  
 $\Rightarrow$  4 и более чисел быть не может  
 Ответ: в) 2 или 3.

Если нет числа, кр. 25  
 $5 \dots 5 \dots 5 \dots$   
 В такой ситуации есть три числа, кратные 5 и тогда один из них как минимум в 4 раза больше другого, что противоречит усл.



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>a</i> , <i>b</i> и <i>в</i>	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> или <i>b</i>	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>a</i> и <i>b</i> ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i>	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> или <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

