Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8.

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

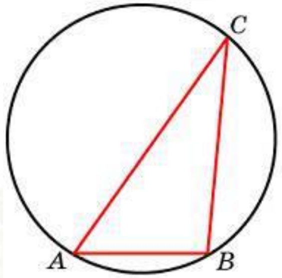
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

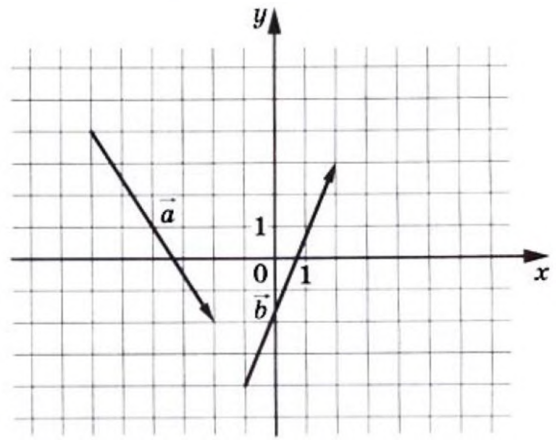
1 Одна сторона треугольника $\sqrt{2}$, радиус описанной окружности равен 1. Найдите острый угол треугольника, противолежащий этой стороне. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ____________________.

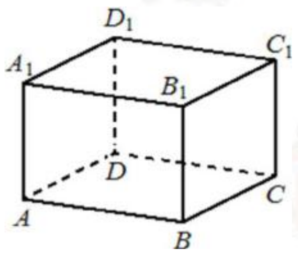
ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение векторов $2\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Ответ: ___________________________.

3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 5$, $BC = 4$, $AA_1 = 3$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, A_1, B_1.



Ответ: ___________________________.

4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

Ответ: ___________________________.

5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Ответ: ___________________________.

6 Найдите корень уравнения

$(5x-8)^2 = (5x-2)^2$.

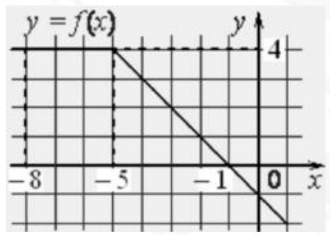
Ответ: ___________________________.

7 Найдите значение выражения

$\dfrac{8\sin 64^\circ \cdot \cos 64^\circ}{\sin 128^\circ}$.

Ответ: ___________________________.

8 На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(-1) - F(-8)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



Ответ: ___________________________.

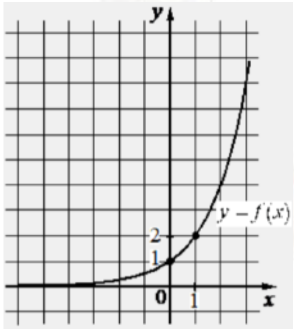
9 В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1 = 60$ Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого R_2 (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление вычисляется по формуле $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 10 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

Ответ: ___________________________.

10 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Ответ: ___________________________.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(3)$.



Ответ: ___________________________.

12 Найдите наименьшее значение функции

$y = (x - 9)^2(x + 4) - 4$ на отрезке $[7; 16]$.

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2x\cos x - 8\cos x + x - 4 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

14 Точка M — середина ребра SA правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$. Точка N лежит на ребре SB, $SN : NB = 1 : 2$.

а) Докажите, что плоскость CMN параллельна прямой SD.
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью CMN, если все рёбра пирамиды равны 12.

15 Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2 - x) - \log_2(x + 1)}{\log_2^2 x^2 + \log_2 x^4 + 1} \geq 0.$$

16 31 декабря 2016 года Василий взял в банке 5 460 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Василий переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x, чтобы Василий выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

17 Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC, пересекает сторону AD в точке M, равноудалённой от вершин B и D.

а) Докажите, что $\angle ABM = \angle DBC = 30°$.
б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM, если $BC = 9$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$$

имеет более трёх различных решений.

19 Про некоторый набор, состоящий из 11 различных натуральных чисел, известно, что сумма любых двух различных чисел этого набора меньше суммы любых трёх различных чисел этого набора.

а) Может ли одним из этих чисел быть число 3000?
б) Может ли одним из этих чисел быть число 16?
в) Какое наименьшее возможное значение может принимать сумма чисел такого набора?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	12 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) Подготовил более 300 человек на 90 – 100 баллов Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	45	
2	-60	
3	30	
4	0,0625	
5	0,488	
6	1	
7	4	
8	20	
9	12	
10	20	
11	8	
12	-4	
13	а) $4;\ \pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n; n\in Z$ б) $\frac{2\pi}{3}$	
14	$15\sqrt{19}$	
15	$\left(-1;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)\cup\left(0;\frac{1}{2}\right]$	
16	2592000 р.	
17	$\frac{3\sqrt{21}}{14}$	
18	$(0;1)$	
19	а) да б) нет в) 242	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13 а) Решите уравнение

$$2x\cos x - 8\cos x + x - 4 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

ИСТОЧНИКИ
Основная волна (Резерв) 2017

а) $2\cos x\cdot(x-4)+(x-4)=0$

$(x-4)\cdot(2\cos x+1)=0$

$x-4=0$ $\quad$ $2\cos x+1=0$

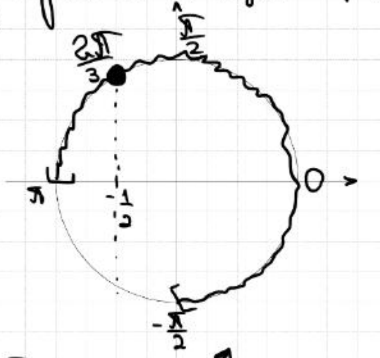
$x=4$ $\quad$ $\cos x=-\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

б) $3<\pi<4$

$4\notin\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$

Для $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n$ отберём корни с помощью окр-ти



Получим $x=\frac{\pi}{1}-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$

Ответ: а) 4; $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$
б) $\frac{2\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 Точка M – середина ребра SA правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$. Точка N лежит на ребре SB, $SN:NB=1:2$.

а) Докажите, что плоскость CMN параллельна прямой SD.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью CMN, если все рёбра пирамиды равны 12.

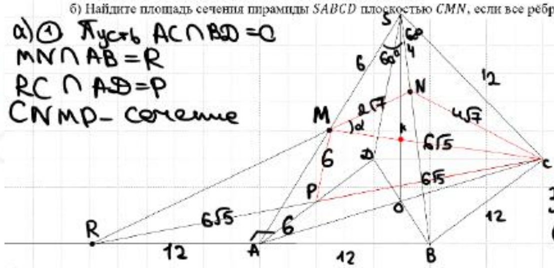
ИСТОЧНИКИ
ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2022

а) ① Пусть $AC\cap BD=O$

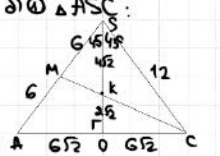
$MN\cap AB=R$

$RC\cap AD=P$

$CNMP$ – сечение



б) ① $\triangle ASC$:

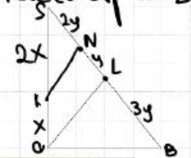


Заметим, что $\triangle ASC$ – п/у

$CM=\sqrt{SC^2-SM^2}=6\sqrt5$

② $CM\cap SO=K$

Рассмотрим $\triangle SOB$:



$\frac{SK}{KO}=\frac{2}{1}$ (т.к. K – точка пересеч. медиан в $\triangle SAC$)

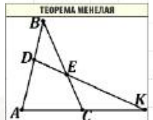
Тогда $KN\parallel LO$

LO – ср. линия $\triangle BDS$

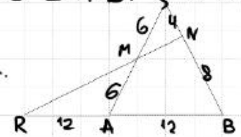
$KN\parallel SD$

$SD\parallel(CMN)$

по признаку парал. пр. и пл.


ТЕОРЕМА МЕНЕЛАЯ
Если прямая пересекает две стороны треугольника и продолжение третьей, то
$\frac{AD}{DB}\cdot\frac{BE}{EC}\cdot\frac{CK}{KA}=1$

② $\triangle SAB$: по т. Менелая



$\frac{BN}{SN}\cdot\frac{SM}{AM}\cdot\frac{AR}{BR}=1$

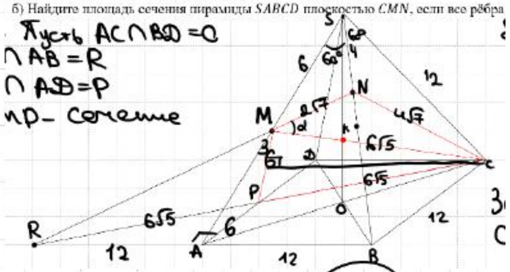
$\frac{8}{4}\cdot\frac{6}{6}\cdot\frac{AR}{BR}=1$

$\frac{AR}{BR}=\frac{1}{2}$

Тогда $AR=12$

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью CMN, если все рёбра

Пусть $AC\cap BD=O$
$\cap AB=R$
$\cap AD=P$
MP – сечение



$S_{CMP}=\frac{1}{2}\cdot6\cdot3\sqrt{19}=9\sqrt{19}$

По т. cos: $\cos\alpha=\frac{28+180-112}{2\cdot2\sqrt7\cdot6\sqrt5}=\frac{4}{\sqrt{35}}$

$\sin\alpha=\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{35}}$

$S_{CMN}=\frac{1}{2}\cdot2\sqrt7\cdot6\sqrt5\cdot\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{35}}=6\sqrt{19}$

$S_{сеч}=15\sqrt{19}$

Ответ: $15\sqrt{19}$

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{\log_2^2 x^2+\log_2 x^4+1}\geq 0.$$

$$\frac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{\log_2^2 x^2+2\cdot\log_2 x^2+1}\geq 0$$

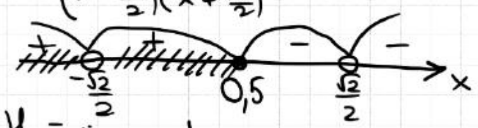
$$\frac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{(\log_2 x^2-(-1))^2}\geq 0$$

$$\frac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{(\log_2 x^2-\log_2\frac{1}{2})(\log_2 x^2-\log_2\frac{1}{2})}\geq 0$$

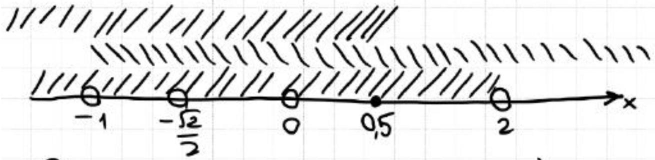
$$\begin{cases} ①\ 2-x>0 \\ ②\ x+1>0 \\ ③\ x^2>0 \\ ④\ \dfrac{\cancel{(2-1)}(2-x-x-1)}{\cancel{(2-1)}(x^2-\frac{1}{2})\cancel{(2-1)}(x^2-\frac{1}{2})}\geq 0 \end{cases}$$

① $x<2$ ② $x>-1$ ③ $x\neq 0$

④ $\dfrac{-2x+1}{(x-\frac{\sqrt{2}}{2})^2(x+\frac{\sqrt{2}}{2})^2}\geq 0$



Найдём пересечение:



Ответ: $(-1;-\frac{\sqrt{2}}{2})\cup(-\frac{\sqrt{2}}{2};0)\cup(0;\frac{1}{2}]$.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16 31 декабря 2016 года Василий взял в банке 5 460 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Василий переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x, чтобы Василий выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

ИСТОЧНИКИ
Ященко 2022 (50 вар)
Ященко 2022 (14 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2019 (50 вар)
Ященко 2019 (14 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018 (20 вар)
Ященко 2017 (30 вар)
Демо 2016
Демо 2015

Пусть 1 января – день платежа
$S = 5\,460\,000$

Дата	Сумма долга
31 дек 16	S
31 дек 17	$1{,}2\cdot S$
1 я 18	$1{,}2\cdot S - x$
31 д 18	$1{,}2^2 S - 1{,}2x$
1 я 19	$1{,}2^2\cdot S - 1{,}2x - x$
31 дек 19	$1{,}2^3 S - 1{,}2^2\cdot x - 1{,}2x$
1 янв 20	$1{,}2^3 S - 1{,}2^2\cdot x - 1{,}2x - x = 0$

$$\frac{6^3}{5^3}\cdot S = \frac{6^2}{5^2}x + \frac{6}{5}x^{(5} + \frac{x}{1}^{(25}$$

$$\frac{6^3}{5^3}\cdot S = \frac{91\cdot x}{5^2}$$

$$x = \frac{6^3\cdot \overset{60000}{\cancel{5460000}}\cdot \cancel{5^2}}{\underset{5}{\cancel{5^3}}\cdot \cancel{91}} = 1296\cdot 2000 = 2592000 \text{ р}$$

Ответ: 2592 000 р.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

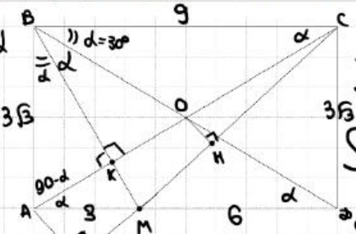
17 Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC, пересекает сторону AD в точке M, равноудалённой от вершин B и D.

а) Докажите, что $\angle ABM = \angle DBc = 30^\circ$.

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM, если $BC = 9$.

ИСТОЧНИКИ
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
СтатГрад 11.03.2020
СтатГрад 24.01.2019
СтатГрад 06.03.2017
Досрочная волна (Резерв) 2016

FAAE83



а) ① Пусть $\angle DBC = \alpha$
Тогда $\angle BCO = \alpha$
(т.к. $\triangle BOC$ – р/б)
$\angle BDA = \alpha = \angle DBC$
(накрест. леж.)
$\angle OAD = \alpha$
(т.к. $\triangle AOD$ – р/б)
$\angle BAK = 90 - \angle OAD = 90 - \alpha$
$\angle ABK = 180 - \angle BAK - \angle BKA = \alpha$
$\angle MBD = \alpha$
(т.к. $\triangle BMD$ – р/б)
Получаем $\angle B = 3\alpha = 90$
$\alpha = 30 = \angle ABM = \angle DBC$ ■

б) OH – ?
Пусть AE – перп. к CM
Тогда OH – ср. линия $\triangle ACE$

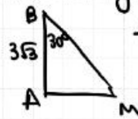
$$S_{ACM} = \frac{1}{2}\cdot CM\cdot \boxed{AE} = \frac{1}{2}\cdot AC\cdot AM\cdot \sin 30^\circ$$

① Найдём AC:

$\cos 30 = \frac{\sqrt3}{2} = \frac{9}{AC}$

$AC = \frac{18}{\sqrt3} = 6\sqrt3$

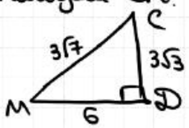
② Найдём AM:



$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt3} = \frac{AM}{3\sqrt3}$

$AM = 3$

③ Найдём CM:



Получаем:

$$3\sqrt7\cdot AE = 6\sqrt3\cdot 3\cdot \frac{1}{2}$$

$$AE = \frac{3\,\cancel{6}\cdot\sqrt3\cdot\cancel{3}}{\cancel{2}\cdot\cancel{3}\sqrt7}$$

$$OH = \frac{3\sqrt3}{2\sqrt7} = \frac{3\sqrt{21}}{14}$$

Ответ: $\frac{3\sqrt{21}}{14}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911

ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

18 Найдите все значения a, для каждого из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$$

имеет более трёх различных решений.

ИСТОЧНИКИ
FIPI (старый банк)
Основная волна (Резерв) 2012
Ященко 2018 (30 вар)

$(x^2)^5 + (x^2)^1 = (2|x| - a)^5 + (2|x| - a)^1$

Рассмотрим функцию $f(t) = t^5 + t^1$

$f'(t) = 5t^4 + 1$

$\Rightarrow f(t)$ возрастает на всей области опр.

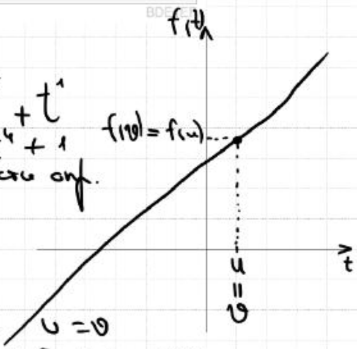
Пусть $x^2 = u$

$2|x| - a = \vartheta$

Получаем $u^5 + u^1 = \vartheta^5 + \vartheta^1$

$f(u) = f(\vartheta)$

Это может быть, только если $u = \vartheta$



Получаем $x^2 = 2|x| - a$ д. и. более 3 разл. реш.

$|x|^2 - 2|x| + a = 0$

Пусть $|x| = b$

$b^2 - 2b + a = 0$

нужно найти a, при которых будет 2 разных полож. реш. b

① $D > 0$
② $b_1 > 0$
③ $b_2 > 0$

$D = 4 - 4a = 4 \cdot (1 - a)$

$b_{1,2} = \dfrac{2 \pm 2\sqrt{1-a}}{2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1-a}}{1}$

① $4 \cdot (1 - a) > 0 \quad | : 4$
$1 - a > 0$
$a < 1$

② $1 + \sqrt{1-a} > 0$
$1 - a \geq 0$
$a \leq 1$

③ $1 - \sqrt{1-a} > 0$
$\sqrt{1-a} < 1$
$0 \leq 1 - a < 1 \quad | -1$
$-1 \leq -a < 0 \quad | \cdot (-1)$
$1 \geq a > 0$
$0 < a \leq 1$

Получаем Ответ: $(0; 1)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911

19 Про некоторый набор, состоящий из 11 различных натуральных чисел, известно, что сумма любых двух различных чисел этого набора меньше суммы любых трёх различных чисел этого набора.

а) Может ли одним из этих чисел быть число 3000?
б) Может ли одним из этих чисел быть число 16?
в) Какое наименьшее возможное значение может принимать сумма чисел такого набора?

ИСТОЧНИКИ
FIPI (новый банк)
Семёнов 2018
Семёнов 2015

а) Да, например
3000
3001
3002
3003
3004
3005
3006
3007
3008
3009
3010
т.к. сумма двух самых больших < сумма трёх самых меньших,
то сумма любых двух < сумма любых трёх

б) ① Пусть
$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7 < a_8 < a_9 < a_{10} < a_{11}$
Для выполнения условия нужно
$a_{10} + a_{11} < a_1 + a_2 + a_3$

② Если среди чисел есть 16, то
$a_1 \le 16$
$a_{10} \ge a_2 + 8$
$a_{11} \ge a_3 + 8$

$+\begin{cases} 16 \ge a_1 \\ a_{10} \ge a_2 + 8 \\ a_{11} \ge a_3 + 8 \end{cases}$

$\cancel{16} + a_{10} + a_{11} \ge a_1 + a_2 + a_3 + \cancel{16}$
противоречит усл.
$\Rightarrow$ среди чисел нет 16

19 Про некоторый набор, состоящий из 11 различных натуральных чисел, известно, что сумма любых двух различных чисел этого набора меньше суммы любых трёх различных чисел этого набора.

а) Может ли одним из этих чисел быть число 3000?
б) Может ли одним из этих чисел быть число 16?
в) Какое наименьшее возможное значение может принимать сумма чисел такого набора?

в) ① Может ли 15 быть в наборе
$15 \ge a_1$
$a_{10} \ge a_2 + 8$
$a_{11} \ge a_3 + 8$
$15 + a_{10} + a_{11} \ge a_1 + a_2 + a_3 + 16$
$a_{10} + a_{11} \ge a_1 + a_2 + a_3 + 1$, что противоречит усл.
Заметим, что и чисел меньше 15 быть не может, т.к. не будет вып. усл.
$a_{10} + a_{11} < a_1 + a_2 + a_3$

② Получаем, что набор 17, 18, 19, …, 26, 27 – набор из наим. возм. нат. чисел
$26 + 27 < 17 + 18 + 19$
$53 < 54$
$\Rightarrow$ сумма любых двух < сумма любых трёх
Сумма такого набора $= \frac{17+27}{2} \cdot 11 = 242$
Ответ: в) 242

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в* и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <…>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <…>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.