

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 16

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

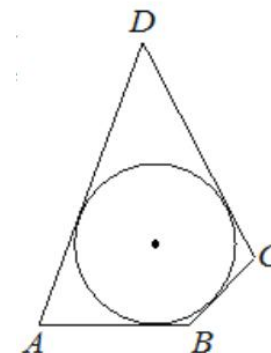
Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 a + \cos^2 a &= 1 \\ \sin 2a &= 2 \sin a \cdot \cos a \\ \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a \\ \sin(a + \beta) &= \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta \\ \cos(a + \beta) &= \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 17$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.

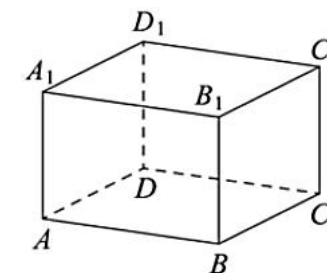


Ответ: _____

- 2 Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны $5\sqrt{3}$ и 4, а угол между ними равен 150° . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____

- 3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCA_1B_1C_1D_1$ ребро $AB = 3$, ребро $AD = 2\sqrt{10}$, ребро $AA_1 = 2$. Точка K – середина ребра BB_1 . Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1, D_1 и K .



Ответ: _____

4 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится 20 сумок, имеющих дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектом. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____

5 В ящике семь красных и девять синих фломастеров. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

Ответ: _____

6 Найдите корень уравнения $\sqrt{24 + 5x} = x$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

Ответ: _____

7 Найдите значение выражения $\sqrt{3} \sin(-1140^\circ)$

Ответ: _____

8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{5}t^3 - t^2 + 2t$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 5$ с.

Ответ: _____

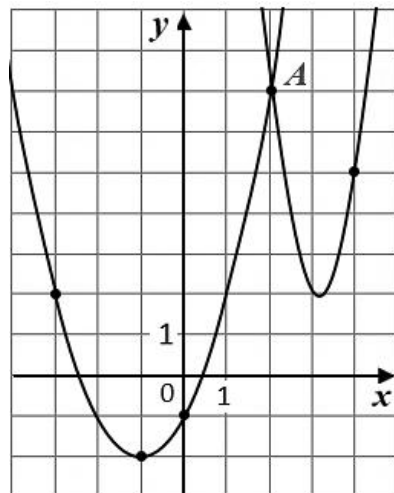
9 Для определения эффективной температуры звезды используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{20}$ м², а излучаемая ею мощность P равна $9,12 \cdot 10^{25}$ Вт. Определите температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

Ответ: _____

- 10 Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 45 км/ч, вторую треть — со скоростью 70 км/ч, а последнюю — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = 4x^2 - 25x + 41$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____

- 12 Найдите точку минимума функции

$$y = \log_5(x^2 - 7x + 13) + 2$$

Ответ: _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$(2 \sin^2 x - 11 \sin x + 5) \cdot \log_{15}(-\cos x) = 0$$

- б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$.

- 14 Дана правильная треугольная пирамида $SABC$, сторона основания $AB = 16$, высота $SH = 10$, точка K — середина AS . Плоскость, проходящая через точку K и параллельная основанию пирамиды, пересекает ребра SB и SC в точках Q и P соответственно.

- а) Докажите, что площадь $PQBC$ относится к площади BSC как 3 : 4.

- б) Найдите объем пирамиды $KBQPC$.

- 15 Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 4x - 3}{x^2 - 4x + 3} + \frac{x^2 - 4x + 24}{x^2 - 4x} \geq 0$$

- 16 Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 9 млн рублей.

17 Точки A_1 , B_1 и C_1 — середины сторон соответственно BC , AC и AB остроугольного треугольника ABC .

а) Докажите, что отличная от A_1 точка пересечения окружностей, описанных около треугольников A_1CB_1 и A_1BC_1 , лежит на окружности, описанной около треугольника B_1AC_1 .

б) Известно, что $AB = AC = 10$ и $BC = 12$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры окружностей, описанных около треугольников A_1CB_1 , A_1BC_1 , и B_1AC_1 .

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\sqrt{3^x - a} + \frac{a - 6}{\sqrt{3^x - a}} = 1$$

имеет ровно два различных корня.

19 а) Можно ли представить число $\frac{1}{6}$ в виде суммы двух дробей, числители которых — единицы, а знаменатели — различные натуральные числа?

б) Тот же вопрос для числа $\frac{2}{7}$.

в) Какое наименьшее количество слагаемых указанного вида (дробей с числителями 1 и знаменателями — попарно различными натуральными числами) потребуется, чтобы представить число $\frac{3}{7}$?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Группа ВК
<https://vk.com/egematheg>



Группа Телеграм
<https://t.me/egematheg>



Репетитор онлайн
<https://t.me/ElenaVitalevnaR>

Ответы	
№1	54
№2	-30
№3	20
№4	0,17
№5	0,1125
№6	8
№7	-1,5
№8	7
№9	4000
№10	63
№11	7
№12	3,5
№13	а) $\pi + 2\pi k$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$ б) 3π ; $\frac{17\pi}{6}$
№14	б) $80\sqrt{3}$
№15	$(-\infty; 0)$; $(1; 3)$; $(4; \infty)$
№16	15 млн. руб.
№17	б) 1,5
№18	$(6; \frac{25}{4})$
№19	а) да; б) да; в) 3.