

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 20

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

0	-	0	,	8														
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

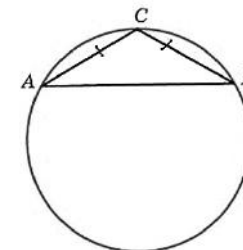
$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

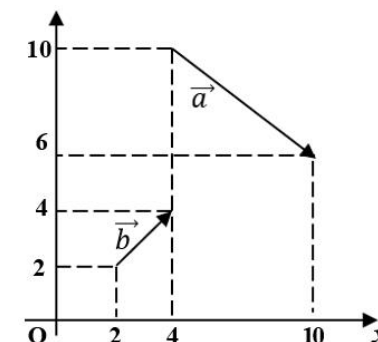
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 3, угол при вершине, противолежащей основанию, равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.



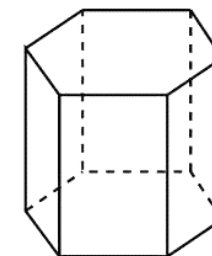
Ответ: _____

- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите длину вектора $\vec{a} + 2\vec{b}$.



Ответ: _____

- 3 Найдите объем правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 2, а боковые ребра равны $\sqrt{3}$.

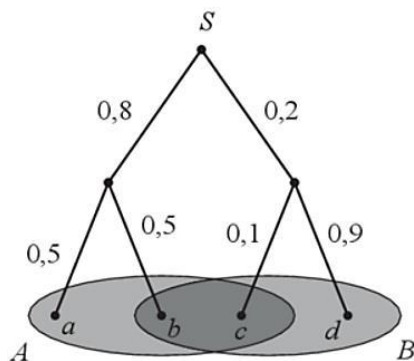


Ответ: _____

- 4 Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 25 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 10 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Ответ: _____

- 5 На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию A благоприятствуют элементарные события a , b и c , а событию B благоприятствуют элементарные события b , c и d . Найдите $P(A|B)$ — условную вероятность события A при условии B .



Ответ: _____

- 6 Найдите корень уравнения $8^{3+5x} = 1,6 \cdot 5^{3+5x}$

Ответ: _____

- 7 Найдите значение выражения $-17\sqrt{2} \sin(-135^\circ)$

Ответ: _____

- 8 Прямая $y = 5x - 6$ является касательной к графику функции

$$y = ax^2 + 29x + 6.$$

Найдите a .

Ответ: _____

- 9 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от -2 до 2. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится вчетверо, а информативность публикаций — втрое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{3In + Op + 4Tr + Q}{A}.$$

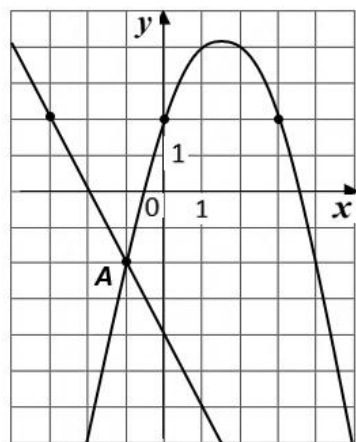
Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

Ответ: _____

- 10 Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 6 рабочих, а во второй – 15 рабочих. Через 5 дней после начала работы в первую бригаду перешли 7 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: _____

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = -2x - 4$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____

- 12 Найдите наименьшее значение функции на отрезке $\left[\frac{1}{18}; \frac{5}{18}\right]$
 $y = 9x - \ln(9x) + 3$

Ответ: _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 x + (1 + \sqrt{3}) \operatorname{tg} x + 1 = 0$
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.
- 14 На ребре AB правильной треугольной пирамиды $SABC$ с основанием ABC отмечена точка K , причём $AK = 15$, $BK = 3$. Через точку K проведена плоскость α , параллельная плоскости SBC .
 а) Докажите, что плоскость α проходит через середину высоты пирамиды.
 б) Найдите расстояние между плоскостями α и SBC , если высота пирамиды равна 13.
- 15 Решите неравенство

$$\frac{\log_2(9x) \cdot \log_3(64x)}{x^2 - |x|} \leq 0$$
- 16 Арсений взял кредит в банке на срок 24 месяца. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 7%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Арсением. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Арсением банку?

- 17 Точки P , Q , W делят стороны выпуклого четырёхугольника $ABCD$ в отношении $AP:PB = CQ:QB = CW:WD = 3:4$, радиус окружности, описанной около треугольника PQW , равен 10, $PQ = 16$, $QW = 12$, угол PWQ — острый.
- а) Докажите, что треугольник PQW — прямоугольный.
б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

- 18 Найдите значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{2x^3 - a^2x - 3x + a}{x^3 - a^2x} = 1$$

имеет ровно два различных корня.

- 19 Из правильной несократимой дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа, за один ход получают дробь $\frac{a+b}{2a+b}$.

- а) Можно ли из дроби $\frac{1}{3}$ за несколько таких ходов получить дробь $\frac{22}{31}$?
- б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{7}{12}$?
- в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ больше 0,7. Найдите наименьшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Группа ВК
<https://vk.com/egemathege>



Группа Телеграм
<https://t.me/egemathege>



Репетитор онлайн
<https://t.me/ElenaVitalevnaR>

Ответы	
№1	6
№2	10
№3	18
№4	0,2
№5	0,7
№6	-0,4
№7	17
№8	12
№9	9
№10	14
№11	6
№12	4
№13	а) $-\frac{\pi}{4} + \pi k; -\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$ б) $\frac{17\pi}{6}; \frac{11\pi}{4}; \frac{23\pi}{6}; \frac{15\pi}{4}$
№14	б) $\frac{39\sqrt{3}}{28}$
№15	$(0; \frac{1}{64}]; [\frac{1}{9}; 1)$
№16	187,5
№17	б) 392
№18	$-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}$
№19	а) да; б) нет; в) $\frac{5}{7}$