

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 22

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ    Ответ: -0,8

	-	0	,	8															
--	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

    Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

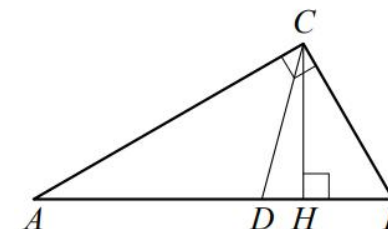
$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $75^\circ$ . Найдите угол между высотой  $CH$  и биссектрисой  $CD$ , проведёнными из вершины прямого угла  $C$ . Ответ дайте в градусах.

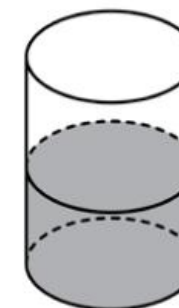


Ответ: \_\_\_\_\_

- 2 Даны векторы  $\vec{a}(-1; 2)$ ,  $\vec{b}(3; -6)$  и  $\vec{c}(4; 3)$ . Найдите значение выражения  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 3 В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 72 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 3 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в см.



Ответ: \_\_\_\_\_

- 4 За круглый стол на 17 стульев в случайном порядке рассаживаются 15 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между девочками будет сидеть один мальчик.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 5 На хлебозаводе выпекают буханки номинальной массой 800 г. Известно, что в среднем 95% буханок весят меньше, чем 810 г, и в среднем 9% буханок весят больше, чем 790 г. Найдите вероятность того, что масса случайно выбранной буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Ответ: \_\_\_\_\_

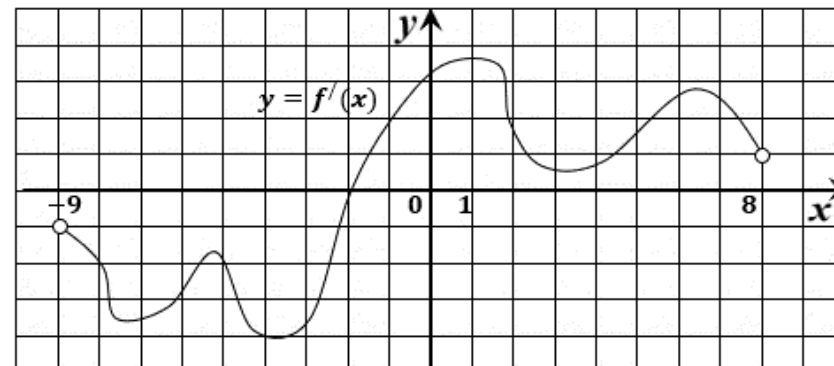
- 6 Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{6}}(-x + 7) = -2$

Ответ: \_\_\_\_\_

- 7 Найдите значение выражения  $\left(\frac{27^{\frac{1}{6}} \cdot 27^{\frac{1}{9}}}{18\sqrt{27}}\right)^3$

Ответ: \_\_\_\_\_

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 8)$ . В какой точке отрезка  $[-1; 4]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_

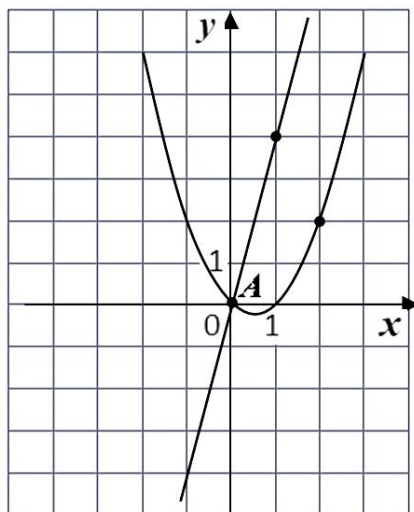
- 9 Два тела массой  $m = 2$  кг каждое, движутся с одинаковой скоростью  $v = 10$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле  $Q = m \cdot v^2 \cdot \sin^2 \alpha$ . Под каким наименьшим углом  $2\alpha$  (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей?

Ответ: \_\_\_\_\_

- 10 Первый сплав содержит 5% меди, второй — 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 9 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 11% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 11 На рисунке изображен график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и  $g(x) = kx$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- 12 Найдите наибольшее значение функции на отрезке  $[-6; 1]$

$$y = x^5 - 5x^3 - 20x$$

Ответ: \_\_\_\_\_



**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.**

- 13 а) Решите уравнение  $2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin x = \sqrt{3} \sin 2x + 1$   
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

- 14 В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания  $AB$  равна 16, а высота равна 4. На ребрах  $AB$ ,  $CD$  и  $AS$  отмечены точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  соответственно, причем  $AM=DN=4$  и  $AK=3$ .  
 а) Докажите, что плоскости  $MNK$  и  $SBC$  параллельны.  
 б) Найдите расстояние от точки  $K$  до плоскости  $SBC$ .

- 15 Решите неравенство  $\log_2 x + 2 \log_x 2 \geq \frac{3}{(\log_2 x)^3}$

- 16 Зависимость объема  $Q$  (в шт.) купленного у фирмы товара от цены  $P$  (в руб. за шт.) выражается формулой  $Q = 30000 - P$ ,  $1000 \leq P \leq 25000$ . Доход от продажи товара составляет  $PQ$  рублей. Затраты на производство  $Q$  единиц товара составляют  $6000Q + 5000000$  рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену продукции на 20%, однако ее прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

- 17 В остроугольном треугольнике  $ABC$ ,  $\angle A = 60^\circ$ . Высоты  $BN$  и  $CM$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Точка  $O$  — центр окружности, описанной около  $\triangle ABC$ .
- а) Докажите, что  $AH = AO$ .
- б) Найдите площадь  $\triangle AHO$ , если  $BC = 6\sqrt{3}$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ .

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 + a^2 - 6x - 4a| = 2x + 2a$$

имеет ровно четыре различных корня.

- 19 а) Существует ли конечная арифметическая прогрессия, состоящая из пяти натуральных чисел, такая, что сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 99?
- б) Конечная арифметическая прогрессия состоит из шести натуральных чисел. Сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 9. Найдите все числа, из которых состоит эта прогрессия.
- в) Среднее арифметическое членов конечной арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, равно 6,5. Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Группа ВК  
<https://vk.com/egemathege>



Группа Телеграм  
<https://t.me/egemathege>



Репетитор онлайн  
<https://t.me/ElenaVitalevnaR>

<b>Ответы</b>	
<b>№1</b>	30
<b>№2</b>	-4
<b>№3</b>	8
<b>№4</b>	0,125
<b>№5</b>	0,04
<b>№6</b>	-29
<b>№7</b>	9
<b>№8</b>	4
<b>№9</b>	60
<b>№10</b>	27
<b>№11</b>	5
<b>№12</b>	48
<b>№13</b>	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \pi k, k \in Z$ б) $-3\pi; -2\pi; -\frac{19\pi}{6}$
<b>№14</b>	б) $\frac{12\sqrt{5}}{5}$
<b>№15</b>	$[\frac{1}{2}; 1); [2; \infty)$
<b>№16</b>	12,5
<b>№17</b>	б) 9
<b>№18</b>	$(1 - \sqrt{5}; -1); (0; 1 + \sqrt{5})$
<b>№19</b>	а) нет; б) 2, 3, 4, 5, 6, 7; в) 12