

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 225

## Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8      -0,8      Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

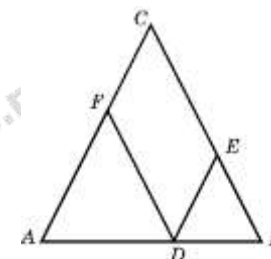
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 10. Из точки, взятой на основании этого треугольника, проведены две прямые, параллельные боковым сторонам. Найдите периметр получившегося параллелограмма.



2. Даны координаты точек  $A(2; 2)$ ,  $B(6; 10)$  и  $C(x; 0)$ . Найдите  $x$ , если  $CA = CB$ .

3. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  ребро  $AB = 2$ , ребро  $AD = \sqrt{5}$ , ребро  $AA_1 = 2$ . Точка  $K$  — середина ребра  $BB_1$ . Найдите площадь сечения, проходящего через точки  $A_1$ ,  $D_1$  и  $K$ .

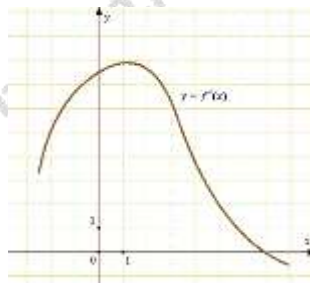
4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет все три раза.

5. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

6. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{4}\right)^{2+x} = 64$ .

7. Найдите значение выражения  $\frac{2\sin(\alpha - 7\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(a + \pi)}$

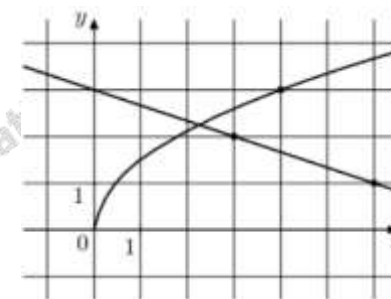
8. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x - 2$  или совпадает с ней.



9. При нормальном падении света с длиной волны  $\lambda = 400$  нм на дифракционную решетку с периодом  $d$  нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол  $\varphi$  (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума  $k$  связаны соотношением  $d \sin \varphi = k \lambda$ . Под каким минимальным углом  $\varphi$  (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решетке с периодом, не превосходящим 1600 нм?

10. Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

11. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx + b$ , которые пересекаются в точке  $A$ . Найдите абсциссу точки  $A$ .



12. Найдите наибольшее значение функции  $y = \ln(11x) - 11x + 9$  на отрезке  $\left[\frac{1}{22}; \frac{5}{22}\right]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{2\sin^2 x + 2\sin x \cos 2x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .

14. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  точка  $M$  является серединой ребра  $BB_1$ , а точка  $N$  – середина ребра  $A_1C_1$ . Плоскость  $\alpha$ , параллельная прямым  $AM$  и  $B_1N$ , проходит через середину отрезка  $MN$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  проходит через середину отрезка  $B_1M$ .

б) Найдите площадь сечения призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью  $\alpha$ , если все рёбра призмы имеют длину 4.

15. Решите неравенство:

$$\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}$$

16. По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект целое число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений

процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 150 млн, а за четыре года — станут больше 250 млн рублей.

17. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с углом  $120^\circ$  при вершине  $A$  проведена биссектриса  $BD$ . В треугольник  $ABC$  вписан прямоугольник  $DEFH$  так, что сторона  $FH$  лежит на отрезке  $BC$ , а вершина  $E$  — на отрезке  $AB$ .

а) Докажите, что  $FH = 2DH$ .

б) Найдите площадь прямоугольника  $DEFH$ , если  $AB = 4$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 5 \cdot 2^{|x|} + 3|x| - 2 = 5y + 3x^2 - 5a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

19. Красный карандаш стоит 17 рублей, синий — 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять.

а) Можно ли купить при таких условиях 32 карандаша?

б) Можно ли купить при таких условиях 35 карандашей?

в) Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?

## ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 225

1	20	<a href="#">Решение</a>
2	16	
3	5	<a href="#">Решение</a>
4	0,125	<a href="#">Решение</a>
5	0,32	<a href="#">Решение</a>
6	-5	<a href="#">Решение</a>
7	1	<a href="#">Решение</a>
8	5	<a href="#">Решение</a>
9	30	<a href="#">Решение</a>
10	18	<a href="#">Решение</a>
11	2,25	<a href="#">Решение</a>
12	8	<a href="#">Решение</a>

13	а) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{7\pi}{4}.$	<a href="#">Решение</a>
14	$\frac{7\sqrt{6}}{2}.$	
15	$[0; 2) \cup (2; 5).$	<a href="#">Решение</a>
16	80.	<a href="#">Решение</a>
17	$24 - 12\sqrt{3}.$	<a href="#">Решение</a>
18	$\frac{2}{5}.$	
19	а) да; б) нет; в) 33.	