

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 226

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

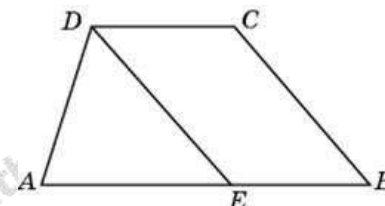
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.



2. В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известно, что $AB = 6\sqrt{2}$. Найдите скалярное произведение векторов \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{BA} .

3. Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

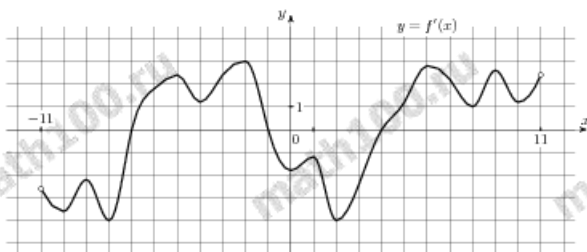
4. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 3 прыгуна из Украины и 8 прыгунов из Бразилии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым будет выступать прыгун из Бразилии.

5. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 65% этих стекол, вторая — 35%. Первая фабрика выпускает 2% бракованных стекол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

6. Найдите корень уравнения $\sqrt{27+6x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

7. Найдите значение выражения $\frac{\log_3 17}{\log_{81} 17}$

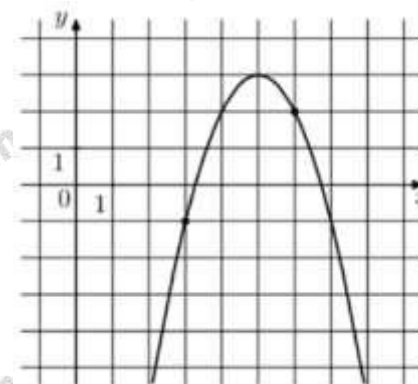
8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-8; 10]$.



9. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

10. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + 10x + c$. Найдите $f(-1)$.



12. Найдите наименьшее значение функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-10}$ на отрезке $[8; 11]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi \right]$.

14. У тетраэдра $ABCD$ грани ABD и ACD перпендикулярны и являются правильными треугольниками со стороной 10. На рёбрах AB , AD и CD взяли точки K , L и M соответственно так, что $BK = 2$, $AL = 4$ и $DM = 3$.

а) Докажите, что плоскость KLM перпендикулярна ребру CD .

б) Найдите длину отрезка, образованного пересечением плоскости KLM с гранью ABC .

15. Решите неравенство:

$$\frac{(2x^2 - 19x + 45) \log_7(x - 4)}{x^2 - 13x + 42} \leq 0$$

16. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?

17. В треугольник ABC вписана окружность, которая касается AB в точке P . Точка M – середина стороны AB .

а) Докажите, что $MP = \frac{|BC - AC|}{2}$.

б) Найдите углы треугольника ABC , если известно, что длина отрезка MP равна половине радиуса вписанной в треугольник ABC окружности, $BC > AC$, а отрезки MC и MA равны.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\arccos(ax - a + 1) \leq \arccos(2x + a - 3)$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 40 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 13 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 226

1	23	Решение
2	36	
3	340	Решение
4	0,32	Решение
5	0,027	Решение
6	9	Решение
7	4	Решение
8	3	Решение
9	25	Решение
10	32	Решение
11	-33	Решение
12	-24	Решение

13	а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{11\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}; \frac{14\pi}{3}.$	Решение
14	$\frac{2\sqrt{6}}{3}.$	
15	$(4; 4,5] \cup \{5\} \cup (6; 7).$	Решение
16	10.	Решение
17	$\angle C = 90^\circ; \angle A = \arctg \frac{4}{3}; \angle B = \arctg \frac{3}{4}.$	Решение
18	$[-2; 2].$	
19	а) 2, 3; б) нет; в) 8.	