Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 228
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

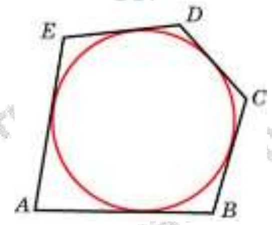
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

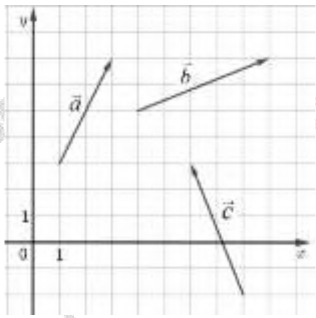
Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Около окружности описан многоугольник, площадь которого равна 5. Его периметр равен 10. Найдите радиус этой окружности.



2. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ с целочисленными координатами. Найдите длину вектора $\vec{a}+4\vec{b}-\vec{c}$.



3. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

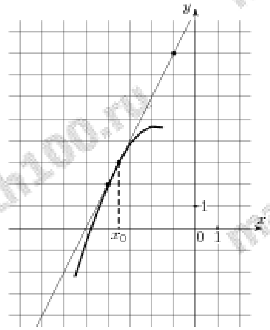
4. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 810 г, равна $0,96$. Вероятность того, что масса окажется больше 790 г, равна $0,82$. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.

5. В коробке 6 синих, 10 красных и 9 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

6. Решите уравнение $\operatorname{tg}\frac{\pi(x-5)}{3}=-\sqrt{3}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

7. Найдите значение выражения $\frac{\log_2 20}{\log_2 12}+\log_{12}0{,}05$

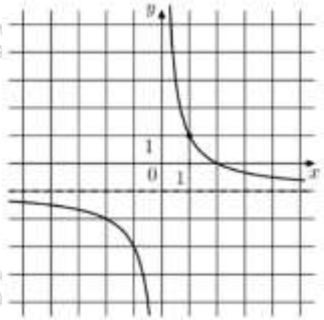
8. На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



9. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C=2\cdot10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R=5\cdot10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0=16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t=\alpha RC\log_2\frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha=0{,}7$ — постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с?

10. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 14 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

11. На рисунке изображён график функции $f(x)=\frac{k}{x}+a$. Найдите, при каком значении x значение функции равно 19.



12. Найдите наименьшее значение функции $y=(x+3)^2(x+5)-1$ на отрезке $[-4;-1]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$3\log_8^2(\sin x)-5\log_8(\sin x)-2=0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$.

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона AB основания равна 12, а высота призмы равна 2. На ребрах B_1C_1 и AB отмечены точки P и Q соответственно, причем $PC_1=3$, $AQ=4$. Плоскость A_1PQ пересекает ребро BC в точке M.

а) Докажите, что точка M является серединой ребра BC.

б) Найдите расстояние от точки B до плоскости A_1PQ.

15. Решите неравенство:

$$2^x\cdot 27^{\frac{1}{x}}<24$$

16. Пётр взял кредит в банке на срок 12 месяцев. По договору Пётр должен вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется $r\%$ этой суммы, и своим ежемесячным платежом Пётр погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый месяц. Известно, что общая сумма, выплаченная Петром банку за весь срок кредитования, оказалась на 13% больше, чем сумма, взятая им в кредит. Найдите r.

17. В трапеции $ABCD$ площадью, равной 30, диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны, а $\angle BAC=\angle CDB$. Продолжения боковых сторон AB и CD пересекаются в точке K.

а) Докажите, что трапеция $ABCD$ — равнобедренная.

б) Найдите площадь треугольника AKD, если известно, что $\angle AKD=30°$, а $BC<AD$.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\left(|x+2|+|x-1|-y\right)\cdot\sqrt{10-x-y}=0\\ y=x+a\end{cases}$$

имеет ровно 2 различных решения.

19. Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

а) На доске выписан набор -11, -7, -5, -4, -1, 2, 6. Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 4 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 228

1	1	Решение
2	25	Решение
3	4	Решение
4	0,78	Решение
5	0,2	Решение
6	1	Решение
7	0	Решение
8	2	Решение
9	2	Решение
10	8,4	Решение
11	0,1	Решение
12	– 1	Решение

13	а) $\frac{\pi}{6}+2\pi k;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi k;\ \ k\in Z;$ б) $-\frac{19\pi}{6}.$	Решение
14	$\frac{3\sqrt{30}}{5}.$	
15	$(-\infty;0)\cup(\log_2 3;3).$	Решение
16	2.	Решение
17	45.	
18	$\{2\}\cup[4;32).$	
19	а) −7, −4, 6; б) 5; в) нет.	