

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 230

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

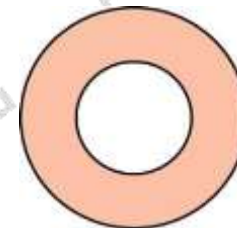
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$.



2. Даны точки $A(-2;1)$ и $B(1;5)$. Найдите скалярное произведение векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CB} , если $BC = 7$, $\angle CBA = 120^\circ$.

3. В треугольной призме две боковые грани перпендикулярны. Их общее ребро равно 10 и отстоит от других боковых ребер на 6 и 8. Найдите площадь боковой поверхности этой призмы.

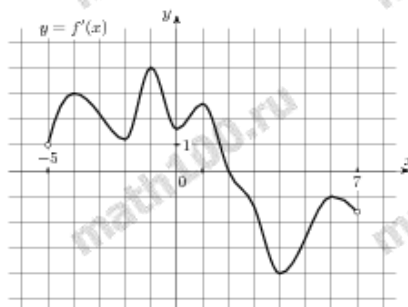
4. В чемпионате по гимнастике участвуют 60 спортсменок: 17 из США, 28 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

5. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,2 при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,6?

6. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{4x+40}{17}} = 4$.

7. Найдите значение выражения $\log_4 \log_5 25$

8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 7)$. В какой точке отрезка $[2; 6]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



9. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону

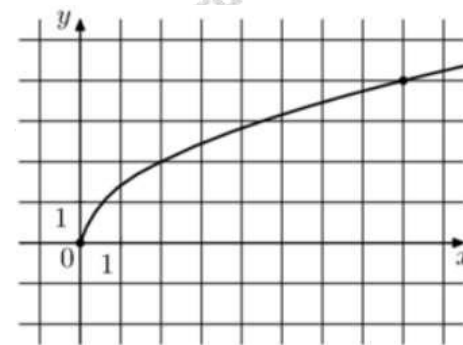
$$\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}, \text{ где } t \text{ — время в минутах,}$$

$\omega = 20^\circ / \text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ / \text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того

момента, когда угол намотки φ достигнет 1200° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

10. Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите значение x при котором $f(x) = 7$.



12. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 1$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\cos^2\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} + x\right)$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ со стороной основания $\sqrt{3}$ и боковым ребром 1.

а) Докажите, что плоскости ACA_1 и B_1CE_1 перпендикулярны.

б) Найдите угол между прямыми BF_1 и CD_1 .

15. Решите неравенство:

$$\log_{125}(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) \geq \log_5(x^2 - 4) - 2$$

16. В двух шахтах добывают алюминий и никель. На первой шахте имеется 50 рабочих, каждый из которых готов трудиться 6 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 3 кг никеля. На второй шахте имеется 180 рабочих, каждый из которых готов трудиться 6 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 3 кг алюминия или 1 кг никеля. Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 3 кг алюминия приходится 2 кг никеля. При этом

шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

17. В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD углы ABD и ACD прямые.

а) Докажите, что $AB = CD$.

б) Найдите AD , если $AB = 2$, $BC = 7$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} \frac{(ax - 8)(a - \log_2 x)}{x} \leq 0, \\ |x - 2| + |x - 8| \leq 6 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Каждое из четырех последовательных натуральных чисел, последняя цифра которых не равна нулю, разделили на его последнюю цифру. Полученные результаты сложили и назвали S .

а) Может ли $S = 16\frac{5}{6}$?

б) Может ли $S = 369\frac{29}{126}$?

в) Если числа были трехзначные, то какое наибольшее целое значение S могло получиться?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 230

1	12	Решение
2	-17,5	Решение
3	240	Решение
4	0,25	Решение
5	5	Решение
6	58	Решение
7	0,5	Решение
8	6	Решение
9	20	Решение
10	190	Решение
11	24,5	Решение
12	9	Решение

13	а) $\frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{5\pi}{2}; -2\pi; -\frac{3\pi}{2}; -\pi.$	Решение
14	$\arccos \frac{11\sqrt{10}}{40}.$	
15	$(2; 23].$	Решение
16	3 300.	Решение
17	8.	
18	$[1; 4].$	
19	а) Да, например, 12, 13, 14 и 15; б) нет; в) 2004.	