

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 231

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

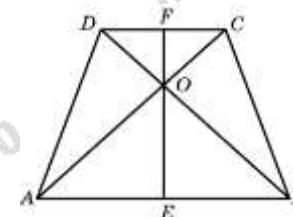
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

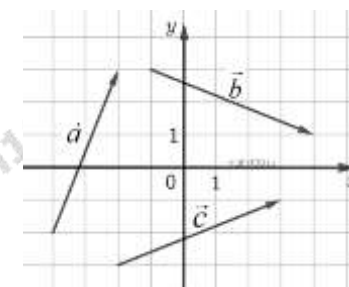
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 12. Найдите ее среднюю линию.



2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} с целочисленными координатами. Найдите скалярное произведение $(\vec{c} - \vec{b}) \cdot \vec{a}$.



3. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза, а высота останется прежней?

4. В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?

5. Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 различных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши уже есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придётся купить ещё 2 или 3 шоколадных яйца?

6. Найдите корень уравнения $\log_8 2^{8x-4} = 4$.

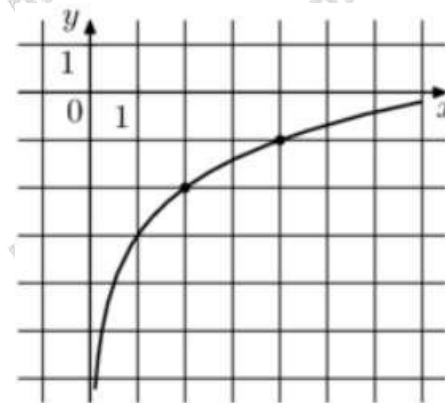
7. Найдите $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $a \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

8. Прямая $y = 6x - 3$ является касательной к графику функции $y = 3x^2 + bx$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

9. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 1,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах

10. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рубля.

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите значение x при котором $f(x) = 3$.



12. Найдите наибольшее значение функции $y = 3x^5 - 20x^3 - 54$ на отрезке $[-4; -1]$.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)=15$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[1; 5]$.

14. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит квадрат. Плоскость α пересекает рёбра SA, SB, SC, SD в точках L, K, N и M соответственно, причём $SK : KB = 3 : 1$, а точки L и M – середины рёбер SA и SD .

а) Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ является трапецией, длины оснований которой относятся как $2 : 3$.

б) Найдите высоту пирамиды, если угол между плоскостями ABC и α равен 30° , а площадь сечения пирамиды плоскостью α равна $10\sqrt{2}$, а площадь основания пирамиды равна 32.

15. Решите неравенство:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x^2-3x+4}{x}} - \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{x^2-3x+4}{x}} \leq 2 \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^{\frac{x^2-3x+4}{x}}$$

16. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 20% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на 5 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 12 млн рублей.

17. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC отмечены точки C_1, A_1 и B_1 соответственно, причём $AC_1 : C_1B = 7 : 12$, $BA_1 : A_1C = 3 : 1$, $AB_1 : B_1C = 3 : 4$. Отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке D .

а) Докажите, что четырёхугольник ADA_1B_1 – параллелограмм.

б) Найдите CD , если отрезки AD и BC перпендикулярны, $AC = 21$, $BC = 16$.

18. При каких значениях параметра $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ система уравнений

$$\begin{cases} x \sin \alpha + 2y \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha, \\ (\cos \alpha + 1)x + 3y = 3 \end{cases}$$

имеет бесконечное число решений?

19. Дед купал капусту, которая может весить 2, 4 и 6 кг. Суммарный вес кочанов капусты равен N кг. Его сосед попросил тоже купить ему капусту и поделить поровну.

а) Существуют ли значения весов кочанов капусты при $N = 20$, которые нельзя поделить поровну?

б) Существуют ли значения кочанов капусты при $N = 48$, которые нельзя поделить поровну?

в) Найдите все значения N , при которых возможно будет поделить капусту поровну.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 231

1	12	Решение
2	20	Решение
3	2,25	Решение
4	0,4	Решение
5	0,192	Решение
6	2	Решение
7	0,6	Решение
8	0	Решение
9	0,05	Решение
10	11	Решение
11	64	Решение
12	10	Решение

13	а) $\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$; б) $\frac{5 + \sqrt{21}}{2}$.	Решение
14	8.	6-27
15	$(-\infty; 0) \cup \{2\}$.	Решение
16	9.	Решение
17	11.	Решение
18	$\pm \frac{\pi}{3}; 0$.	1-14
19	а) да; б) нет; в) $24n, n = 1, 2, 3, \dots$	4-31