

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 232

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

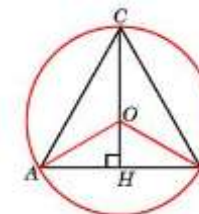
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

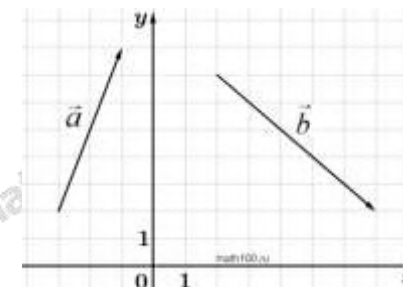
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

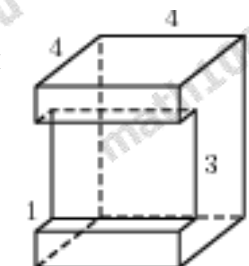
1. Высота правильного треугольника равна 3. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} с целочисленными координатами. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



3. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



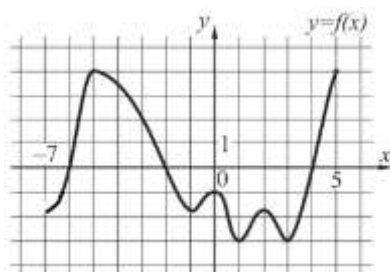
4. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

5. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

6. Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+2)}{3} = -\sqrt{3}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

7. Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{8}}^2 8$

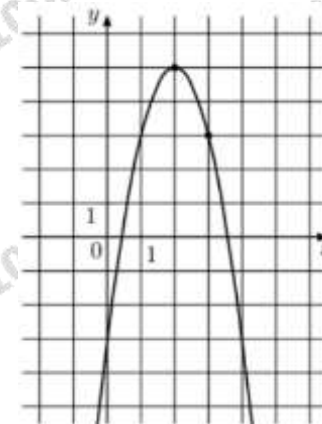
8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



9. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 150^\circ / \text{с}$, фаза $\varphi = -60^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

10. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx - 3$. Найдите $f(8)$.



12. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+5)^5 - 5x$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $4^{\log_2(-\cos x)} + 2^{-1,5} \cdot 3^{\log_9(2\sin^2 x)} = 1$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. На рёбрах AB и BC треугольной пирамиды $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно, причём $AM : BM = CN : NB = 1 : 2$. Точки P и Q — середины сторон DA и DC соответственно.

а) Докажите, что P , Q , M и N лежат в плоскости.

б) Найти отношение объёмов многогранников, на которые плоскость PQM разбивает пирамиду.

15. Решите неравенство:

$$\log_6(64^x + 36^x - 65 \cdot 8^x + 64) \geq 2x$$

16. Жанна взяла в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна вернет банку в течение первого года кредитования?

17. В треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 10$, $BC = 12$. На стороне AB отметили точки M_1 и M_2 так, что $AM_1 < AM_2$. Через точки M_1 и M_2 провели прямые, перпендикулярные стороне AB и отсекающие от треугольника ABC пятиугольник, в который можно вписать окружность.

а) Докажите, что $AM_1 : BM_2 = 1 : 3$.

б) Найдите площадь данного пятиугольника.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + x + |x^2 - x - 2| = y^2 + y + |y^2 - y - 2| \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет более 2 решений.

19. Есть контейнеры массой 7 тонн и 2 тонны и корабли грузоподъемностью 10 тонн.

а) Можно ли увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 24 контейнера массой 2 тонны на 15 кораблях?

б) Можно ли увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 18 контейнеров массой 2 тонны на 13 кораблях?

в) На каком наименьшем количестве кораблей можно увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 47 контейнеров по 2 тонны?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 232

| | | |
|----|-------|-------------------------|
| 1 | 2 | Решение |
| 2 | -20 | Решение |
| 3 | 114 | Решение |
| 4 | 0,5 | Решение |
| 5 | 0,027 | Решение |
| 6 | -3 | Решение |
| 7 | 4 | Решение |
| 8 | 0 | Решение |
| 9 | 80 | Решение |
| 10 | 6 | Решение |
| 11 | -67 | Решение |
| 12 | -4 | Решение |

| | | |
|----|---|-------------------------|
| 13 | а) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{7\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}.$ | Решение |
| 14 | 13 : 23. | |
| 15 | $(-\infty; 0] \cup [2; \infty).$ | Решение |
| 16 | 822 000. | Решение |
| 17 | $\frac{282}{7}.$ | Решение |
| 18 | $(-2; 0].$ | |
| 19 | а) да; б) нет; в) 19. | |