Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 233
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА*!**

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

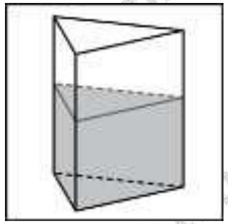
Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Большее основание равнобедренной трапеции равно 34. Боковая сторона равна 14. Синус острого угла равен $\dfrac{2\sqrt{10}}{7}$. Найдите меньшее основание.

2. Даны векторы $\vec{a}(-2;4)$ и $\vec{b}(2;-1)$. Известно, что векторы $\vec{c}(x;y)$ и $\vec{b}$ сонаправленные, а $|\vec{c}|=|\vec{a}|$. Найдите $x+y$.

3. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 см^3 воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3.



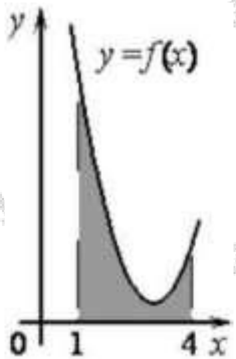
4. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна $0{,}2$. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна $0{,}15$. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

5. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

6. Решите уравнение $6^{3-x}=0,6\cdot 10^{3-x}$.

7. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\dfrac{6\sin\alpha-2\cos\alpha}{4\sin\alpha-4\cos\alpha}=-1$

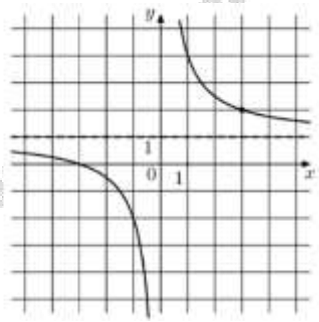
8. На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$. Функция $F(x)=\dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{9}{2}x^2+14x-12$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



9. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l=\sqrt{\dfrac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии $4,8$ км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее $6,4$ километров?

10. Плиточник должен уложить 175 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 10 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

11. На рисунке изображён график функции $f(x)=\dfrac{k}{x}+a.$ Найдите $f(-12)$.



12. Найдите точку максимума функции $y=(x-2)^2(x-4)+5$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $2^{4\cos x}+3\cdot 2^{2\cos x}-10=0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi;\frac{5\pi}{2}\right]$.

14. В треугольной пирамиде $ABCD$ двугранные углы при ребрах AD и BC равны, $AB = BD = DC = AC = 5$.

а) Докажите, что $AD = BC$.

б) Найдите объём пирамиды, если двугранные углы равны при рёбрах AD и BC равны 60°.

15. Решите неравенство:

$$\left(9^x-2\cdot 3^x\right)^2-62\left(9^x-2\cdot 3^x\right)-63\geq 0$$

16. Кирилл Николаевич положил в банк некоторую сумму на 5 лет под определенный процент. За второй год вклад увеличился на 8100 рублей, а за четвертый на 14400 рублей. На сколько рублей увеличился вклад у Кирилла Николаевича за пятый год?

17. Отрезок, соединяющий середины M и N оснований BC и AD соответственно трапеции $ABCD$, разбивает её на две трапеции, в каждую из которых можно вписать окружность.

а) Докажите, что трапеция $ABCD$ равнобедренная.

б) Известно, что радиус этих окружностей равен 3, а меньшее основание BC исходной трапеции равно 8. Найдите радиус окружности, касающейся боковой стороны AB, основания AN трапеции $ABMN$ и вписанной в неё окружности.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\cos\sqrt{2\pi a x-4x^2}+\cos 2\sqrt{2\pi a x-4x^2}=0$$

имеет ровно 2 различных решения.

19. В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 46%.

а) Может ли в этом классе быть 9 девочек?

б) Может ли доля девочек составить 55% девочек, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 233

1	22	Решение
2	2	Решение
3	184	Решение
4	0,35	Решение
5	0,2	Решение
6	2	Решение
7	0,6	Решение
8	6	Решение
9	7	Решение
10	25	Решение
11	0,75	Решение
12	2	Решение

13	а) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k;\ k\in Z;$ б) $\frac{5\pi}{3};\ \frac{7\pi}{3}.$	Решение
14	$\frac{10\sqrt{15}}{3}.$	
15	$\{0\}\cup[2;\infty).$	Решение
16	19 200.	Решение
17	$\frac{11-2\sqrt{10}}{3}.$	
18	$\left(-2;-\frac{2}{3}\right)\cup\left(\frac{2}{3};2\right).$	
19	а) да; б) нет; в) 50.	