Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 234
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

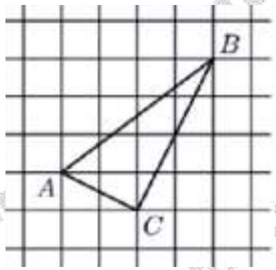
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Острые углы прямоугольного треугольника равны $24°$ и $66°$. Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

2. На клетчатой бумаге с размером 1×1 изображен треугольник ABC. Найдите скалярное произведение $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$.



3. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 28. Найдите объем конуса.

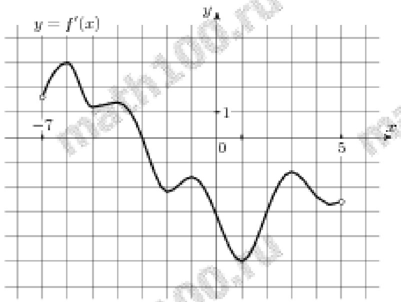
4. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

5. Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна $0{,}4$. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

6. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{25}\right)^{x-1}=5$.

7. Найдите $26\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$, если $\cos\alpha=\frac{12}{13}$ и $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$.

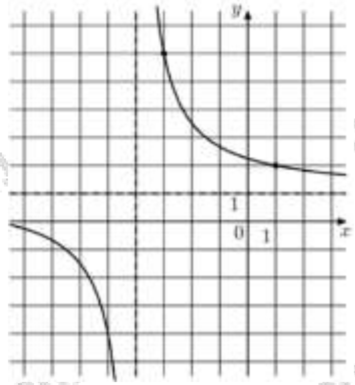
8. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7;5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-6;4]$.



9. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t)=H_0-\sqrt{2gH_0}\,kt+\frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0=20$ м — начальная высота столба воды, $k=\frac{1}{50}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g=10$ м/с^2). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

10. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

11. На рисунке изображён график функции $f(x)=\frac{kx+a}{x+b}$. Найдите a.



12. Найдите точку максимума функции $y=8\ln(x+7)-8x+3$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\left(4\cos^4 x-1\right)\sqrt{\sin x}=0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi;\ \dfrac{\pi}{2}\right]$.

14. Плоскость α перпендикулярна основанию правильной треугольной пирамиды $SABC$ с вершиной S и делит стороны AB и BC основания пополам.

а) Докажите, что плоскость α делит боковое ребро в отношении $1:3$, считая от вершины S.

б) Найдите площадь сечения пирамиды этой плоскостью, если известно, что сторона основания равна 2, а высота пирамиды равна 4.

15. Решите неравенство:

$$\frac{\left(x^2-7x+12\right)\cdot\log_{x-2}\left(x-3\right)\cdot\ln\left(x-6\right)^2}{2x^2-11x+14}\le 0$$

16. В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;

— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредита банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на $78\ 030$ рублей больше суммы взятого кредита.

17. В треугольнике ABC точки M и N — середины сторон AB и BC соответственно. Известно, что около четырехугольника $AMNC$ можно описать окружность.

а) Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

б) На стороне AC отмечена точка F, такая что $\angle AFB=135^\circ$. Отрезок BF пересекает отрезок MN в точке E. Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника $AMNC$, если $\angle ABC=120^\circ$ и $EF=6\sqrt{2}$.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x-2}\ln\left(x-a\right)=\sqrt{3x-2}\ln\left(2x+a\right)$$

имеет ровно один корень на отрезке $\left[0;1\right]$.

19. В роте два взвода, в первом взводе солдат меньше, чем во втором, но больше чем 46, а вместе солдат меньше чем 111. Командир знает, что роту можно построить по несколько человек в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдат, большее 8, и при этом ни в каком ряду не будет солдат из двух разных взводов.

а) Сколько солдат в первом взводе и сколько во втором? Приведите хотя бы один пример.

б) Можно ли построить роту указанным способом по 13 солдат в одном ряду?

в) Сколько в роте может быть солдат?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 234

1	21	Решение
2	20	Решение
3	7	Решение
4	0,375	Решение
5	0,64	Решение
6	0,5	Решение
7	– 10	Решение
8	– 3	Решение
9	50	Решение
10	616	Решение
11	9	Решение
12	– 6	Решение

13	а) $\pi k;\ \frac{\pi}{4}+2\pi k;\ \frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ k\in Z;$ б) $-\pi;\ 0;\ \frac{\pi}{4}.$	Решение
14	1,5.	
15	$(3;3{,}5)\cup\{4\}\cup[5;6)\cup(6;7].$	Решение
16	119 700.	Решение
17	$12\sqrt{7}.$	
18	$\left(-\frac{4}{3};-\frac{1}{2}\right)\cup\left[-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right).$	
19	а) Например, 50 и 60; б) нет; в) 108 и 110.	