Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 235
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА*!**

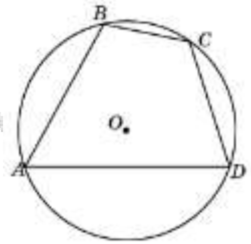
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Часть 1

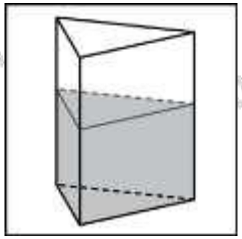
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен $58°$. Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



2. Даны векторы $\vec{p}\left(\frac{1}{3};-\frac{5}{6}\right)$ и $\vec{n}(-4;7)$. Найдите координаты вектора $\vec{q}=3\vec{p}-4\vec{n}$. В ответ запишите сумму координат вектора $\vec{q}$.

3. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.



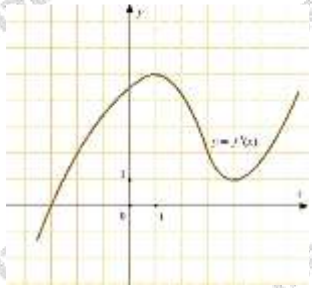
4. Фабрика выпускает сумки. В среднем 8 сумок из 100 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

5. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

6. Найдите корень уравнения $\frac{4}{9}x=-3\frac{5}{9}$.

7. Найдите значение выражения $\frac{7\left(m^5\right)^6+11\left(m^3\right)^{10}}{\left(3m^{15}\right)^2}$.

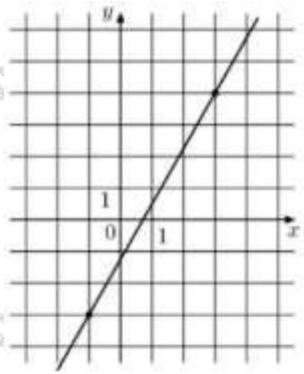
8. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y=f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



9. Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\nu=2$ моля воздуха при давлении $p_1=1{,}5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A=\alpha\nu T\log_2\frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha=5{,}75$ — постоянная, $T=300$ К — температура воздуха, p_1 (атм) — начальное давление, а p_2 (атм) — конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

10. Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он ещё не вернулся в пункт A и из пункта A следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображён график функции $f(x)=kx+b$. Найдите $f(-5)$.



12. Найдите наибольшее значение функции $y=4\cos x-\frac{27}{\pi}x+6$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3};0\right]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $2^{\log_2^2 x} + x^{\log_2 x^2} = 6$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[1; 2]$.

14. В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ основание $ABCD$ — квадрат. Точка M — центр боковой грани BCC_1B_1.

а) Докажите, что плоскость A_1D_1M делит диагональ AC_1 в отношении $2:1$, считая от точки A.

б) Найдите расстояние от точки M до прямой BD_1, если сторона основания призмы равна 6, а боковое ребро равно 3.

15. Решите неравенство:

$$2^{2x-x^2-1} + \frac{1}{2^{2x-x^2}-1} \le 2$$

16. По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 20% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б»—увеличивать эту сумму на 10% в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n, при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

17. Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC, I — центр вписанной в него окружности, H — точка пересечения высот. Известно, что $\angle BAC = \angle OBC + \angle OCB$.

а) Докажите, что точка I лежит на окружности, описанной около треугольника BOC.

б) Найдите угол OIH, если $\angle ABC = 75°$.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений неравенства

$$\left(x^2 - 4x + a\right)\left(a - 4|x| + 9\right) \le 0$$

является объединение ровно двух непересекающихся промежутков числовой прямой.

19. Натуральные числа от 1 до 12 разбивают на четыре группы, в каждой из которых есть по крайней мере два числа. Для каждой группы находят сумму чисел этой группы. Для каждой пары групп находят модуль разности найденных сумм и полученные 6 чисел складывают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Каково наименьшее возможное значение полученного результата?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 235

1	122	Решение
2	– 13,5	Решение
3	5	Решение
4	0,92	Решение
5	0,8836	Решение
6	– 8	Решение
7	2	Решение
8	– 3	Решение
9	6	Решение
10	80	Решение
11	– 10	Решение
12	22	Решение

13	а) $\frac{1}{2}$; 2; б) 2.	Решение
14	$\sqrt{5}$.	
15	$(-\infty;0)\cup\{1\}\cup(2;\infty)$.	Решение
16	26.	Решение
17	165°.	
18	$(-\infty;-9)\cup\{-5;3\}\cup(4;\infty)$.	
19	а) нет; б) нет; в) 4.	